

2303000501023001-A
EXAMINATION MARCH-APRIL 2024
BACHELOR OF SCIENCE (FIRST SEMESTER) (ATKT)
MAJOR - 2 MATHEMATICS PAPER - II THEORY
LEVEL 3
CALCULUS- I

[Time: As Per Schedule]

[Max. Marks:35]

Instructions:

1. Fill up strictly the following details on your answer book
 - a. Name of the Examination : **BACHELOR OF SCIENCE (FIRST SEMESTER) (ATKT)**
 - b. Name of the Subject : **MAJOR - 2 MATHEMATICS PAPER - II THEORY LEVEL 3 CALCULUS- I**
 - c. Subject Code No : **2303000501023001-A**
2. Sketch neat and labelled diagram wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks of the question.
4. All questions are compulsory.
5. Follow usual symbols.

Seat No:

--	--	--	--	--	--

Student's Signature

Q.1 Answer any FIVE from the following questions.

05

- 1) જો $xy = ae^x + be^{-x}$ હોય તો સાબિત કરો કે, $xy_2 + 2y_1 - xy = 0$.
If $xy = ae^x + be^{-x}$ then prove that $xy_2 + 2y_1 - xy = 0$.
- 2) જો $f(x) = \log x$; $x \in [1, e]$ હોય તો લાગ્રાન્જના પ્રમેયનો ઉપયોગ કરી λ ની કિંમત શોધો.
If $f(x) = \log x$; $x \in [1, e]$ then find the value of λ using Lagrange's theorem.
- 3) વક્ર $x = (y-1)(y-2)(y-3)$ ની વક્રતા-પરિવૃત્તિબિંદુઓ શોધો.
Find the points of inflexion of the curve $x = (y-1)(y-2)(y-3)$.
- 4) $\int_0^{\pi/6} \sin^6 3x dx$ ની કિંમત શોધો.
Find the value of $\int_0^{\pi/6} \sin^6 3x dx$.

5) $y = \frac{x^2}{x^2+1}$ વક્ર ના ક્ષૈતિજ અનન્ત સ્પર્શક શોધો.

Find the horizontal asymptotes of the curve $y = \frac{x^2}{x^2+1}$

6) કિંમત શોધો. $\int_0^1 \frac{x^8}{\sqrt{1-x^2}} dx.$

Evaluate : $\int_0^1 \frac{x^8}{\sqrt{1-x^2}} dx.$

Q.2 Attempt any TWO.

10

(1) જો $y = a^{mx}$ $x \in \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}^+$ હોય તો સાબિત કરો કે $y_n = m^n (\log a)^n a^{mx}$.

If $y = a^{mx}$ $x \in \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}^+$ then prove that $y_n = m^n (\log a)^n a^{mx}$.

(2) જો $y = e^{m \cos^{-1} x}$ હોય તો સાબિત કરો કે

$$(1-x^2) y_{n+2} - (2n+1) x y_{n+1} - (n^2 + m^2) y_n = 0.$$

If $y = e^{m \cos^{-1} x}$ then prove that

$$(1-x^2) y_{n+2} - (2n+1) x y_{n+1} - (n^2 + m^2) y_n = 0.$$

(3) $y = e^{2x} \cdot \cos^2 x \cdot \sin x$ હોય તો y_n મેળવો

If $y = e^{2x} \cdot \cos^2 x \cdot \sin x$ then obtain y_n .

Q.3 Attempt any TWO.

10

(1) રોલનું પ્રમેય લખો તથા તેનો ઉપયોગ કરીને

$f(x) = e^x \sin x$; $0 \leq x \leq 2\pi$ માટે $\lambda \in (0, 2\pi)$ ની કિંમત એવી મેળવો કે જેથી

$$f'(\lambda) = 0 \text{ થાય.}$$

State Rolle' theorem and using it obtain $\lambda \in (0, 2\pi)$ for the function

$$f(x) = e^x \sin x; 0 \leq x \leq 2\pi \text{ such that } f'(\lambda) = 0$$

(2) સાબિત કરો કે, $[0, 2]$ અંતરાલમાં આપેલ વિધેયો

$f(x) = (x-1)^2$, $\phi(x) = x(x-1)^3$ માટે કોશી ના મધ્યકમાનનો પ્રમેય શક્ય નથી.

Prove that Cauchy's mean value theorem is not applicable for the given functions $f(x) = (x-1)^2$, $\phi(x) = x(x-1)^3$ in the interval $[0, 2]$

(3) વિધેય $y = -x^3 + 7x^2 - 8x - 18$; $x \in \mathbb{R}$ ક્યા અંતરાલ માં વધતું વિધેય અને

ઘટતું વિધેય બને છે?

In which interval the function $y = -x^3 + 7x^2 - 8x - 18$; $x \in \mathbb{R}$ does increase and Decrease?

Q.4 Attempt any TWO.

10

(1) પરવલય $y^2=8x$ નાં એવા બિંદુઓ શોધો જ્યાં વક્રતા ત્રિજ્યા $7\frac{13}{16}$ હોય.

Find the points of parabola $y^2=8x$ where the radius of curvature is $7\frac{13}{16}$.

(2) વક્ર $y = \cos x; x \in (-2\pi, 2\pi)$ કયા અંતરાલ માં ઉર્ધ્વ અંતર્મુખ અને અધઃ અંતર્મુખ બને છે?

In which interval the curve $y = \cos x; x \in (-2\pi, 2\pi)$ is concave upwards and downwards?

(3) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x dx; n \in N$ નું લઘુકરણ સુત્ર મેળવો.

Obtain the reduction formula of $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x dx; n \in N$
